1. Exercice : La Loi Binomiale B(n,p)

Contexte : On lance un dé équilibré 20 fois. On s'intéresse au nombre de fois où l'on obtient le chiffre "6".

- $n=20$ (nombre de répétitions)
- $p=1/6$ (probabilité de succès)

Questions :

1. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement quatre "6" ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir au plus trois "6" ?
3. Simuler 100 séries de 20 lancers et afficher les 5 premiers résultats.

Solution R :

```
# 1. Probabilité exacte : P(X = 4)

# dbinom(k, size, prob)

prob_exacte <- dbinom(4, size = 20, prob = 1/6)

print(prob_exacte)

# 2. Probabilité cumulée : P(X <= 3)

# pbinom(k, size, prob)

prob_cumulee <- pbinom(3, size = 20, prob = 1/6)

print(prob_cumulee)

# 3. Simulation de 100 expériences

simu <- rbinom(100, size = 20, prob = 1/6)

head(simu, 5)
```

2. Exercice : La Loi Normale N(μ,σ)

Contexte : La taille d'une population suit une loi normale de moyenne $\mu=175$ cm et d'écart-type $\sigma=10$ cm.

Questions :

1. Quel est le pourcentage de personnes mesurant moins de 160 cm ?
2. Quelle est la taille en dessous de laquelle se trouvent 95% de la population (le 95ème percentile) ?
3. Tracer la courbe de densité de cette loi entre 140 et 210 cm.

Solution R :

```
# 1. Probabilité cumulée : P(X < 160)
# pnorm(x, mean, sd)
p_moins_160 <- pnorm(160, mean = 175, sd = 10)
print(p_moins_160)
# 2. Calcul du quantile : P(X < x) = 0.95
# qnorm(p, mean, sd)
taille_95 <- qnorm(0.95, mean = 175, sd = 10)
print(taille_95)
# 3. Visualisation de la courbe
x_values <- seq(140, 210, length.out = 100)
y_values <- dnorm(x_values, mean = 175, sd = 10)
plot(x_values, y_values, type = "l", lwd = 2, col = "blue",
     main = "Densité de la Loi Normale (175, 10)",
     xlab = "Taille (cm)", ylab = "Densité")
```

3.Exercice : L'approximation

Énoncé : On lance un dé 120 fois. On veut calculer la probabilité d'obtenir entre 15 et 25 fois le chiffre "6".

1. Calcul exact avec la loi Binomiale

On cherche $P(15 \leq X \leq 25)$, ce qui revient à faire $P(X \leq 25) - P(X \leq 14)$.

Solution R :

```
n <- 120
p <- 1/6
prob_exacte <- pbinom(25, n, p) - pbinom(14, n, p)
print(prob_exacte) # Résultat : ~ 0.819
```

2. Calcul par l'approximation Normale

D'abord, on définit les paramètres de notre loi normale :

- $\mu = 120 \times (1/6) = 20$
- $\sigma = \sqrt{120 \times (1/6) \times (5/6)} \approx 4.082$

Solution R :

```
mu <- n * p

sigma <- sqrt(n * p * (1 - p))

# Approximation sans correction de continuité

prob_approx <- pnorm(25, mu, sigma) - pnorm(15, mu, sigma)

print(prob_approx) # Résultat : ~ 0.783
```

3. La Correction de Continuité

Comme on passe d'une loi **discrète** (bâtons) à une loi **continue** (courbe), on gagne en précision en élargissant l'intervalle de 0,5 de chaque côté : $P(14.5 \le X \le 25.5)$.

Solution R :

```
prob_correcte <- pnorm(25.5, mu, sigma) - pnorm(14.5, mu, sigma)

print(prob_correcte) # Résultat : ~ 0.821
```