1. Loi Binomiale : Contrôle de pièces défectueuses

Dans une usine, une machine produit des composants électroniques. On sait que 3 % des composants sont défectueux. On prélève un échantillon aléatoire de 50 composants.

Questions :

1. Quelle est la probabilité d'avoir au plus 1 composant défectueux ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir exactement 2 composants défectueux ?

Solution R :

n <- 50

p <- 0.03

1. P(X <= 1)

p1 <- pbinom(1, size = n, prob = p)

2. P(X = 2)

p2 <- dbinom(2, size = n, prob = p)

cat("Probabilité d'au plus 1 défectueux :", p1, "\n")

cat("Probabilité d'exactement 2 défectueux :", p2, "\n")

2. Loi Normale : Poids d'un produit alimentaire

Le poids des paquets de café d'une marque suit une loi normale de moyenne $\mu = 500$ grammes avec un écart-type =5 grammes.

Questions :

1. Quel est le poids minimal pour qu'un paquet fasse partie des 10 % les plus lourds ?
2. Si la machine est réglée pour que le poids moyen soit de 500g, quel est le risque (probabilité) qu'un paquet pèse moins de 490g ?

Solution R :

```
mu <- 500
sigma <- 5

# 1. Poids pour le 90ème percentile (les 10% les plus lourds)
# On cherche x tel que P(X < x) = 0.90
seuil_lourd <- qnorm(0.90, mean = mu, sd = sigma)

# 2. Risque que le paquet pèse moins de 490g
risque <- pnorm(490, mean = mu, sd = sigma)

cat("Seuil pour les 10% les plus lourds :", seuil_lourd, "g\n")
```

```
cat("Probabilité d'un paquet < 490g :", risque, "\n")
```

3. Exercice de synthèse (Approximation)

Imaginez un centre d'appels recevant des appels. En moyenne, 10 % des appelants abandonnent avant de parler à un agent. Sur 200 appels reçus :

- Calculez la probabilité qu'il y ait **entre 15 et 25 abandons** en utilisant l'approximation normale.

Structure du raisonnement :

1. **Paramètres :** n = 200, p = 0.10.
2. **Loi normale :** μ = np = 20, σ = $\sqrt{np(1-p)}$ = $\sqrt{200 \text{ x } 0.1 \text{ x } 0.9}$ = $\sqrt{18}$} ≈ 4.24.
3. **Application :** Utilisez pnorm avec la correction de continuité [14.5, 25.5].

Code

```
n <- 200
p <- 0.1
mu <- n * p
sigma <- sqrt(n * p * (1 - p))

# Probabilité avec correction de continuité
prob <- pnorm(25.5, mu, sigma) - pnorm(14.5, mu, sigma)
print(prob)
```

1. Loi Binomiale : Contrôle Qualité

Imaginons une chaîne de production de composants électroniques. Le taux de composants défectueux est de **3%** ($p = 0.03$). Vous prélevez un échantillon aléatoire de **50 composants** ($n = 50$).

Questions :

1. Quelle est la probabilité d'avoir **exactement 2** composants défectueux ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir **au moins 1** composant défectueux ?

Code R :

```
n <- 50
p <- 0.03

# 1. Exactement 2 défectueux : P(X = 2)
prob_exacte <- dbinom(2, size = n, prob = p)

# 2. Au moins 1 défectueux : P(X >= 1)
# Astuce : P(X >= 1) est le complémentaire de P(X = 0)
prob_au_moins_un <- 1 - dbinom(0, size = n, prob = p)

cat("Probabilité d'avoir 2 défectueux :", prob_exacte, "\n")
cat("Probabilité d'avoir au moins 1 défectueux :", prob_au_moins_un, "\n")
```

2. Loi Normale : Notes à un examen

Les notes à un examen national suivent une loi normale avec une moyenne μ de 12/20 et un écart-type σ de **2**.

Questions :

1. Quel est le pourcentage d'élèves ayant une note supérieure à **15/20** ?
2. En dessous de quelle note se situent les **10% les moins bons** (le 1er décile) ?

Code R :

```
mu <- 12
sigma <- 2

# 1. P(X > 15)
# pnorm donne P(X <= x), donc on utilise 1 - pnorm
prob_plus_15 <- 1 - pnorm(15, mean = mu, sd = sigma)

# 2. Trouver la note du 10ème percentile (P(X < x) = 0.10)
seuil_10_pourcent <- qnorm(0.10, mean = mu, sd = sigma)

cat("Pourcentage d'élèves ayant plus de 15/20 :", prob_plus_15 * 100,
"%\n")
cat("Note limite des 10% les moins bons :", seuil_10_pourcent, "/20\n")
```